

STEM 教育を目的とした二重振り子の簡易軌跡推定 Simple Trajectory Estimation of Double Pendulum for STEM Education

北村 大地¹ 岸本 麗央¹
 D. Kitamura¹ R. Kishimoto¹
 (香川高等専門学校¹)

1. はじめに

STEM 教育は、若年層の数理科学への興味の誘発させる教育方針であり、題材として二重振り子 (Fig. 1 (a)) の初期値鋭敏性が挙げられる [1]。この場合、運動の可視化の為に振り子先端の軌跡を記録して説明する。振り子先端に LED を装着して長時間露光撮影 (Fig. 1 (b)) することが多いが、この方法は周囲を暗くする必要があり教育現場での実施は難しい。また、受講者が自作しやすい LED の無い二重振り子には適用できない。本稿では、動画撮影による簡易的な二重振り子運動の先端軌跡の推定法を検討する。

2. 提案手法

2.1. 動画中の背景と動体の分離

撮影されたカラー動画を $X^{(col)} \in \mathbb{Q}^{W \times H \times 3 \times T}$ 、これをグレースケール化したものを $X \in \mathbb{Q}^{W \times H \times T}$ とおく。 $\mathbb{Q} = \{0, 1, \dots, 255\}$ は輝度値集合、 W , H , 及び T は動画の横幅、縦幅、及びフレーム数である。また、 X の各フレームをベクトル化したものを動画行列 $X \in \mathbb{Q}^{WH \times T}$ とする。

X の各行にメディアンフィルタを適用すれば、背景動画行列 $X^{(bg)} \in \mathbb{Q}^{WH \times T}$ が得られる。これを用いて、差分行列 $X^{(diff)} = \text{abs}(X - X^{(bg)})$ を計算する ($\text{abs}(\cdot)$ は要素毎の絶対値)。 $X^{(diff)}$ は動体の画素のみ大きな値を持つ為、 $X^{(diff)}$ を閾値 λ で 2 値化すれば、動体の画素が 1 で他が 0 のマスク行列 $M \in \{0, 1\}^{WH \times T}$ を定義でき、動体動画行列を $X^{(mv)} = M \circ X$ として推定できる (\circ は要素毎の積)。

2.2. 二重振り子の概形情報を用いた軌跡推定

まず、二重振り子の連結部 (先端振り子の支点) の概形を模した小さなテンプレート画像 $T \in \{0, 1\}^{W_t \times T_t}$ を用意し、各フレームにおける連結部の座標を求める。動体動画行列 $X^{(mv)}$ の時間フレーム n の画像を $X_n^{(mv)} \in \mathbb{Q}^{W \times T}$ とおくと、 $X_n^{(mv)}$ と T で 2 次元畳み込み (移動内積) を行う。この畳み込み値が最大となる座標が T の概形に近い座標であり、即ち連結部の座標を表す。このように推定された連結部の座標を $c_n = [\hat{w}_n, \hat{h}_n]^T$ とする (\cdot^T は転置)。

次に、各フレームの連結部の座標から二重振り子先端の座標を推定する。但し、連結部と先端の間隔 L は既知とする。 Fig. 2 のように、 $X_n^{(mv)}$ において中心 c_n 、半径 r_1 及び r_2 の円を考え、その円周上の画素の輝度値を集めたベクトル v_{r_1} 及び v_{r_2} を得る。 $r_1 < L < r_2$ ならば差分 $v_{r_1} - v_{r_2}$ が最大となる要素が連結部から見た先端の方向となる為、長さ L と合わせて先端の座標 $p_n = [\hat{w}_n, \hat{h}_n]^T$ を推定できる。

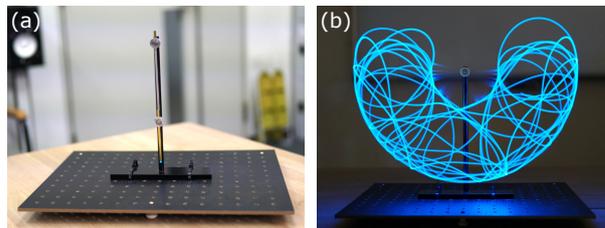


Fig. 1 (a) double pendulum and (b) its trajectory.

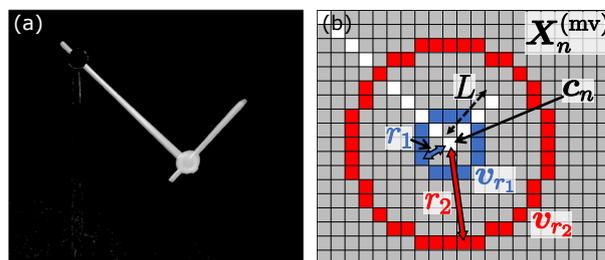


Fig. 2 (a) $X_n^{(mv)}$ and (b) estimation of tip position.

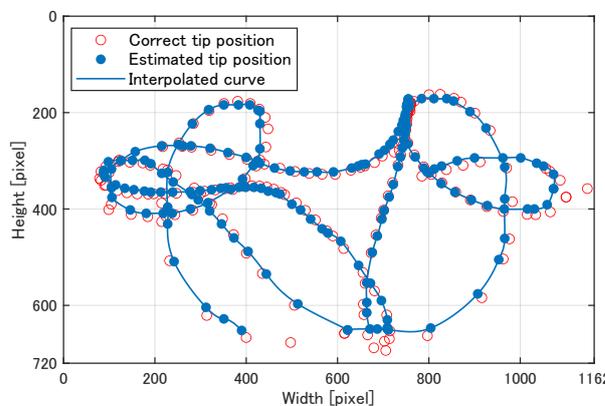


Fig. 3 Correct and estimated tip positions.

3. 実験

提案手法の推定精度を確認する実験を行った。二重振り子の運動を画面サイズ 1162×720 、フレームレート 240 fps で撮影して $X^{(col)}$ を得た。本稿で用いる二重振り子 (Fig. 1 (a)) の連結部は円形である為、 T は同サイズの円図形で作成した。先端の正解位置は、LED の色情報から判別した。

結果を Fig. 3 に示す。推定点の曲線補間には 2 次元 3 次スプラインを用いた。この結果より、提案手法は二重振り子の初期値鋭敏性の説明の目的には十分な精度で軌跡を推定できている為、STEM 教育への応用が可能と思われる。

参考文献

[1] 荒牧義孝ら, “簡易二重振り子による教材研究,” 日本物理学会講演概要集, vol. 59, no. 1, p. 417, 2004.